

Fogli di Calcolo 6

Prof. Lorian Storch

loriano@storch.org | <https://www.storch.org/>

Parte 1

Limiti

Il comportamento di una funzione vicino a un punto

Definizione di Limite

A Cosa Serve

Il calcolo del limite serve, ad esempio, a studiare il comportamento di una funzione nell'intorno di un punto o all'infinito.

Definizione

l è il limite di $f(x)$ per x che tende a x_0 se per ogni numero reale $\varepsilon > 0$ esiste un altro numero reale positivo δ tale che:

$$0 < |x - x_0| < \delta \Rightarrow |f(x) - l| < \varepsilon$$

Estensione

È abbastanza immediata l'estensione al caso in cui l o x_0 siano infiniti.

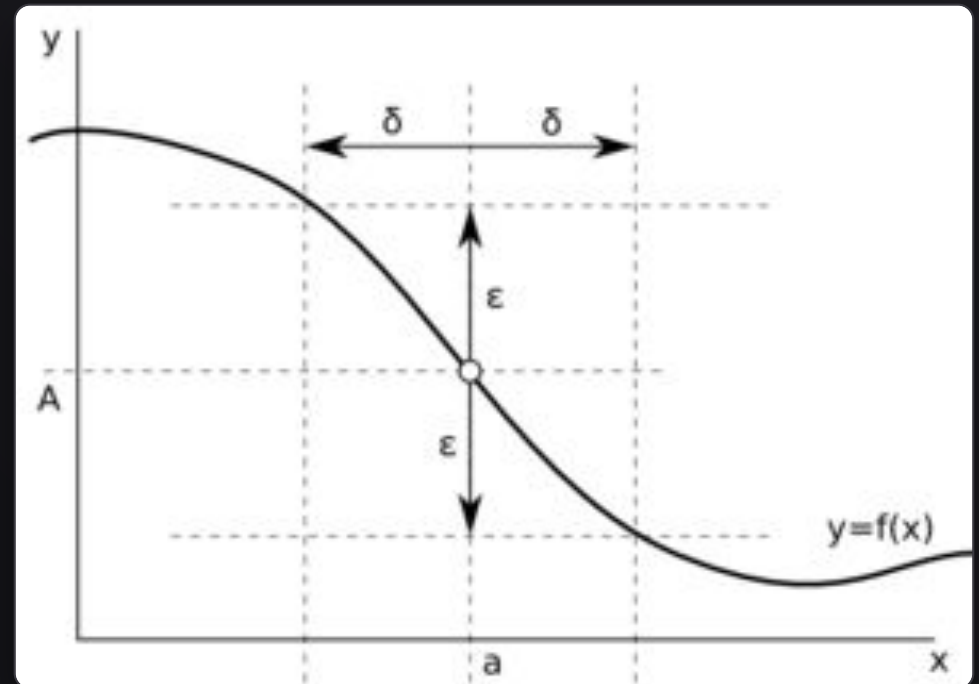
Interpretazione Grafica

Intorno di un Punto

Lo studio del limite serve a studiare il comportamento di una funzione nell'intorno di un punto.

Verso Quale Valore

Possiamo quindi capire verso quale valore tende la funzione man mano che i valori della variabile indipendente tendono a quel punto.



Parte 2

Stima del Limite con i Fogli di Calcolo

Approssimare numericamente il limite

Stima del Limite Sinistro

Il Limite da Stimare

Cercheremo di stimare il valore del limite in un paio di casi, iniziando da:

$$\lim (x \rightarrow 1) (x^2 + x - 2) / (x - 1)$$

Procedura

- ✓ In A2 inseriamo 0.8 e in A3 scriviamo **=A2+0.01**
- ✓ In B2 mettiamo il valore della y: **=(A2^2+A2-2)/(A2-1)**
- ✓ Solito trascinamento fino ad arrivare a x = 0.99

	A	B
1	X	y
2	0.8	2.8
3	0.81	2.81
4	0.82	2.82
5	0.83	2.83
6	0.84	2.84
7	0.85	2.85
8	0.86	2.86
9	0.87	2.87
10	0.88	2.88
11	0.89	2.89
12	0.9	2.9
13	0.91	2.91
14	0.92	2.92
15	0.93	2.93
16	0.94	2.94
17	0.95	2.95
18	0.96	2.96
19	0.97	2.97
20	0.98	2.98
21	0.99	2.99

Avvicinarsi a $x = 1$

Passo più Piccolo

Adesso in A23 inseriamo:

`=A22+0.001`

Al solito trasciniamo fino ad A30, e facciamo la stessa cosa sulla colonna B.

1	0.99	2.99
2	0.991	2.991
3	0.992	2.992
4	0.993	2.993
5	0.994	2.994
6	0.995	2.995
7	0.996	2.996
8	0.997	2.997
9	0.998	2.998
0	0.999	2.999
1		

Stima del Limite Destro

Procedura

Adesso approssimiamo il limite destro:

- ✓ In D2 mettiamo 1.2 e in D3 **=D2-0.01**, trascinando fino a D21
- ✓ In D22 inseriamo **=D21-0.001** e trasciniamo fino a D30
- ✓ In E2, come prima, i valori di y: **=(D2^2+D2-2)/(D2-1)**

	A	B	C	D	E
X	y		X	y	
	0.8	2.8		1.2	3.2
	0.81	2.81		1.19	3.19
	0.82	2.82		1.18	3.18
	0.83	2.83		1.17	3.17
	0.84	2.84		1.16	3.16
	0.85	2.85		1.15	3.15
	0.86	2.86		1.14	3.14
	0.87	2.87		1.13	3.13
	0.88	2.88		1.12	3.12
	0.89	2.89		1.11	3.11
	0.9	2.9		1.1	3.1
	0.91	2.91		1.09	3.09
	0.92	2.92		1.08	3.08
	0.93	2.93		1.07	3.07
	0.94	2.94		1.06	3.06
	0.95	2.95		1.05	3.05
	0.96	2.96		1.04	3.04
	0.97	2.97		1.03	3.03
	0.98	2.98		1.02	3.02
	0.99	2.99		1.01	3.01
	0.991	2.991		1.009	3.009
	0.992	2.992		1.008	3.008
	0.993	2.993		1.007	3.007
	0.994	2.994		1.006	3.006
	0.995	2.995		1.005	3.005
	0.996	2.996		1.004	3.004
	0.997	2.997		1.003	3.003
	0.998	2.998		1.002	3.002
	0.999	2.999		1.001	3.001

Il Limite Vale 3

Il Risultato

Questo ci permette di dire che il limite vale **3**, ovviamente con una certa incertezza.

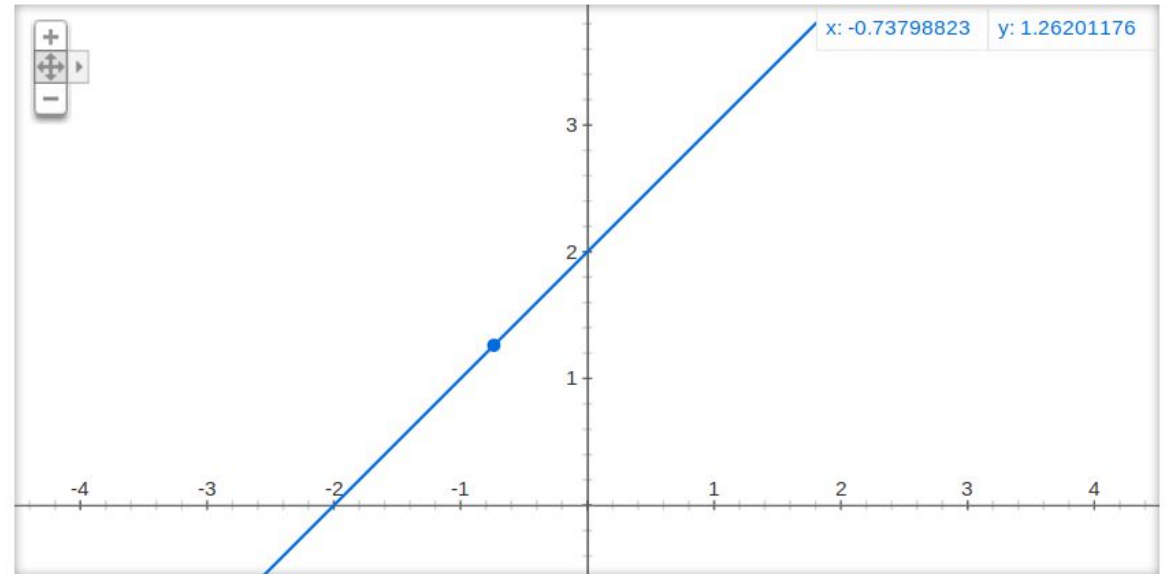
La Verifica

Basta ricordarsi che:

$$x^2 + x - 2 = (x - 1) \cdot (x + 2)$$

infatti il grafico della funzione è una retta con un "buco" in $x = 1$.

Graph for $(x^2+x-2)/(x-1)$



[More info](#)